

Licht und Materie Übung II.3

Übungstermine: Gruppe 1 Di 12.06.18 (Raum 2.346), Gruppe 2 Do 14.06.18 (Raum 2.558), Gruppe 3 Fr 15.06.18 (Raum 2.558)

Hinweise: Jedes Übungsblatt besteht aus zwei regulären (gekennzeichnet mit einem *B*) und einer anspruchsvolleren *M*-Aufgabe. Die Aufgabenteile (a), (b), ... sind entsprechend ihrer Schwierigkeit mit Punkten gewichtet. Zur Erlangung des Scheins benötigen Bachelor- und Lehramtsstudenten 50% der gesamten Punktzahl (kombiniert aus *B*- und *M*-Aufgaben). Masterstudenten benötigen 50% der gesamten Punktzahl und zusätzlich 50% der Punktzahl aller *M*-Aufgaben. Es muss mindestens einmal an der Tafel vorgerechnet werden.

Aufgabe 1 (B, 20 P)

Gold hat einen spezifischen Widerstand von $\rho_R = 2,44 \cdot 10^{-8} \Omega\text{m}$, eine Dichte von $\rho = 19,3 \text{ g cm}^{-3}$ und eine Molmasse von $m_M = 197 \text{ g}$. Gehen Sie davon aus, dass nur ein Elektron pro Atom zum freien Elektronengas beiträgt.

- (5 P) Berechnen Sie mithilfe des Drudemodells die mittlere Zeit τ zwischen zwei Stößen sowie die Plasmafrequenz. Welcher Lichtwellenlänge entspricht das?
- (5 P) Welche mittlere Geschwindigkeit hätte ein freies Elektron bei Raumtemperatur nach dem Drudemodell und welche Strecke l würde es bei Raumtemperatur ($T = 300 \text{ K}$) zwischen zwei Stößen im Mittel zurücklegen (in einer Dimension)? Vergleichen Sie die mittlere freie Weglänge mit dem interatomaren Abstand.
- (5 P) Experimente legen eine mittlere freie Weglänge von $l = 42 \text{ nm}$ nahe, während die oben berechnete Zeit τ gut mit den Experimenten übereinstimmt. Erklären Sie diese scheinbare Diskrepanz.
- (5 P) Welche klassischen Annahmen lagen dem Drudemodell ursprünglich zugrunde? Welche davon sind vom quantenmechanischen Standpunkt aus nicht vertretbar?

Aufgabe 2 (B, 35 P)

- (5 P) Leiten Sie das Reflexionsvermögen von Metallen bei niedrigen Frequenzen (langwelliges Infrarot), das Hagen-Rubens-Gesetz, her. Was gilt hierbei für den komplexen Brechungsindex \hat{n} ?
- (10 P) Mit einem spezifischen Widerstand von $\rho = 1,62 \mu\Omega\text{cm}$ bei Raumtemperatur ist Silber einer der besten elektrischen Leiter unter den metallischen Elementen, während Quecksilber mit $\rho = 96 \mu\Omega\text{cm}$ ein relativ schlechtes Leitvermögen besitzt. Vergleichen Sie das Reflexionsvermögen der beiden Metalle laut Hagen-Rubens-Gesetz für eine Wellenlänge von $\lambda = 50 \mu\text{m}$ und überprüfen Sie ob die Annahmen $\omega\tau \ll 1$ sowie $1 \ll \sigma_0/\epsilon_0\omega$, unter denen das Hagen-Rubens-Gesetz hergeleitet wurde, jeweils in ausreichendem Maße erfüllt werden. Die entsprechenden Ladungsträgerdichten betragen $n_{\text{Ag}} = 5,86 \cdot 10^{22} \text{ cm}^{-3}$ und $n_{\text{Hg}} = 8,14 \cdot 10^{22} \text{ cm}^{-3}$.
- (5 P) Bis zu welcher Grenzwellenlänge kann man für die beiden Metalle das Hagen-Rubens-Gesetz verwenden? Berechnen Sie hierfür ω_{lim} , für das gilt $\omega_{\text{lim}}\tau = 1$. Was ergibt sich daraus für die Wahl des Metalles hochwertiger Spiegel? Was passiert mikroskopisch mit den Ladungsträgern im Metall für $\omega\tau > 1$?

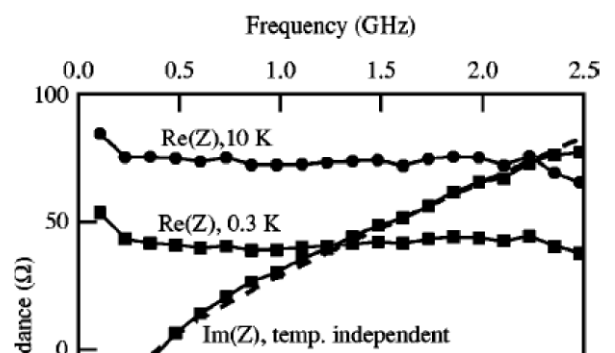


Abbildung 1 Real- und Imaginärteil der Impedanz eines 2DEG. Aus Appl. Phys. Lett. 76, 745 (2000)

Berechnen Sie die Plasmafrequenz beider Metalle und vergleichen Sie diese mit Frequenzen im Bereich sichtbaren Lichts.

- d) (10 P) In Abbildung 1 sind der Real- und Imaginärteil der Impedanz \hat{Z} (in der Vorzeichenkonvention des Imaginärteils der Ingenieure) eines sog. 2-dimensionalen Elektronengas (2DEG) abgebildet. Erklären Sie den Verlauf von Real- und im Imaginärteil innerhalb des Drude-Modells. Bestimmen Sie hiermit die Relaxationszeit für die beiden Temperaturen 0.3 K und 10 K.
- e) (5 P) Was gilt für die Oberflächenimpedanz im Hagen-Rubens-Regime? Vergleichen Sie deren Frequenzabhängigkeit mit dem Verlauf in Abbildung 1. Weshalb lässt sich das 2DEG damit nicht beschreiben?

Aufgabe 3 (M, 20 P)

Abbildung 2 zeigt Transmission und Reflexion eines Indiumzinnoxid (ITO) Films (auf einem Glas-Substrat). Betrachten Sie den prinzipiellen Verlauf der Spektren und erklären Sie sie mit den Materialeigenschaften von ITO.

- a) (10 P) Warum ändert sich die Transmission drastisch bei ca. 7000 cm^{-1} ? Was passiert oberhalb von 30000 cm^{-1} ? Erklären sie die Oszillationen im transparenten Bereich und schätzen Sie die Dicke der Probe ab.
- b) (10 P) Wie groß ist die Ladungsträgerdichte des hier vorliegenden ITO? Warum ergibt die Summe aus Reflexion und Transmission nicht eins? In welchen Frequenzbereichen ist diese Abweichung besonders ausgeprägt und warum? Geben Sie eine obere Abschätzung an für die Drude-Relaxationsrate der freien Ladungsträger.

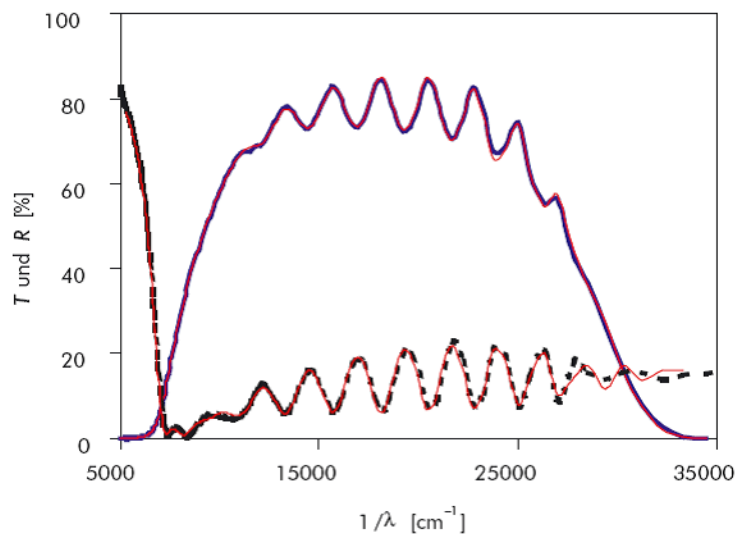


Abbildung 2 Transmission und Reflexion eines ITO films. Aus Vakuum in Forschung und Praxis 18, 15 (2006)

Zusatzfragen

- Wie nennt man den Frequenzbereich zwischen $1/\tau$ und ω_p und warum?
- Was muss beim Drudemodell beachtet werden, wenn man es quantenmechanisch betrachten will? (in Bezug auf Leitfähigkeit)
- Warum stoßen bzw. streuen Elektronen nicht an Atomrümpfen?